

کدام معادله دارای جواب‌های $x = 3$ و $x = -4$ می‌باشد؟

(1) $x^2 + 7x - 12 = 0$ (2) $x^2 + x + 12 = 0$ (3) $x^2 - 7x - 12 = 0$ (4) $x^2 + x - 12 = 0$

پاسخ گزینه 4

$$\begin{aligned}(x - (-4))(x - 3) &= 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 3) = 0 \\ \Rightarrow x^2 + (4 - 3)x + 4(-3) &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + x - 12 &= 0\end{aligned}$$

ریشه‌ی کوچکتر معادله $3x^2 - 12x - 63 = 0$ کدام است؟

(1) -7 (2) 7 (3) -3 (4) 3

پاسخ گزینه 3

$$\begin{aligned}3x^2 - 12x - 63 &= 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0 \\ \Rightarrow (x - 7)(x + 3) &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -3 \end{cases}\end{aligned}$$

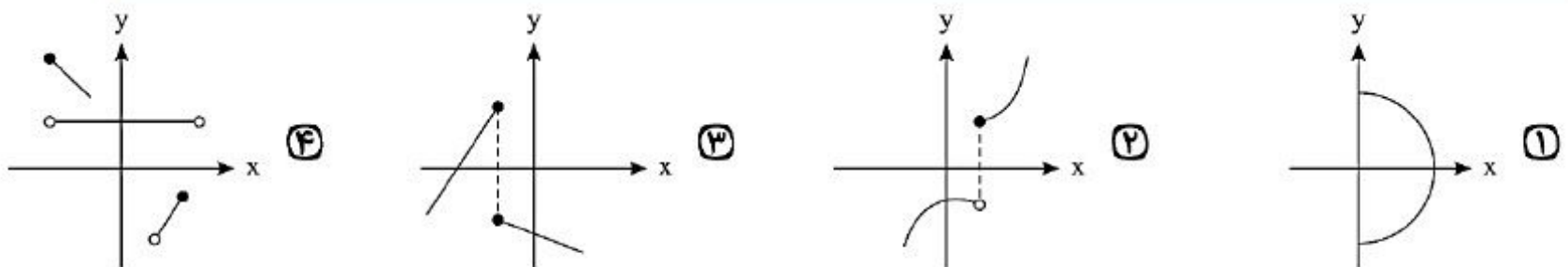
کدام گزینه معادله‌ی عبارت «مربع عددی برابر با عدد 3 به علاوه 2 برابر آن عدد است» می‌باشد؟

(1) $x^2 + 3 = 2x$ (2) $x^2 = 2x + 3$ (3) $x^2 + 2x = 3$ (4) $x^2 + 2x + 3 = 0$

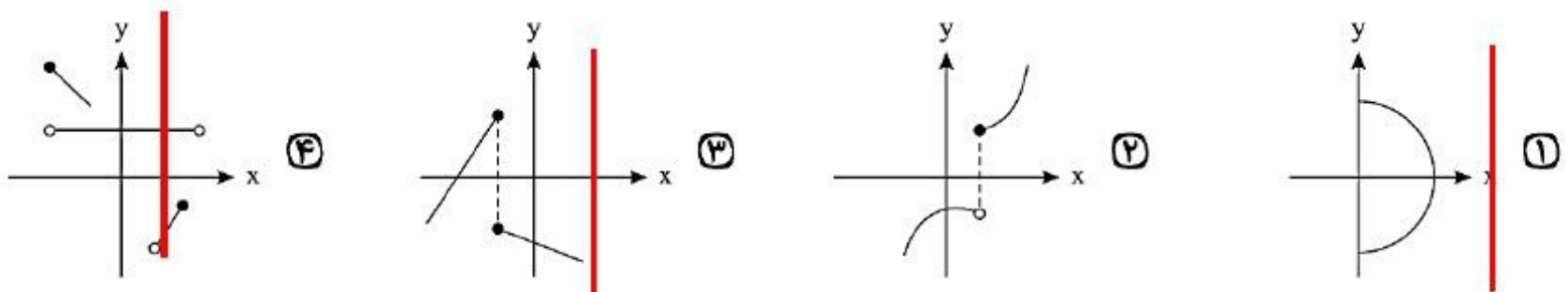
پاسخ گزینه 2

$$x = \text{عدد مورد نظر} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = \text{مربع} \\ 2x = 2 \text{ برابر عدد} \\ +3 = \text{به علاوه 3} \end{cases} \Rightarrow x^2 = 2x + 3$$

کدام یک از نمودارهای زیر نمودار یک تابع می‌باشد؟



پاسخ گزینه 2



پاسخ گزینه 2

تنها نمودار هر خط عمود حداکثر در یک نقطه نمودار تابع را قطع می‌کند

شیب نمودار تابع خطی که از دو نقطه $A(0, 2)$ و $B(-1, 3)$ می‌گذرد کدام است؟

(1) 1 (2) -1 (3) $\frac{1}{3}$ (4) $-\frac{1}{3}$

پاسخ گزینه 2

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{-1 - 0} = \frac{1}{-1} = -1$$

اگر موجودی شخصی در بانک 6000 تومان باشد و در هر ماه مبلغ 500 تومان به موجودی او اضافه شود. موجودی حساب او پس از n ماه از کدام معادله تبعیت می‌کند؟

(1) $y = 600 \cdot n + 500$ (2) $y = -600 \cdot n + 500$ (3) $y = 500 \cdot n + 6000$ (4) $y = -500 \cdot n + 6000$

پاسخ گزینه 3

چون در هر ماه مقدار ثابتی به پول شخص اضافه می‌شود تابع خطی است و شیب خط مقدار پولی است که در هر ماه به او اضافه می‌شود و مقدار ثابت تابع خطی مقدار پول اولیه است که در حساب او بوده است

پرد تابع $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow B \\ f(x) = 5 \end{cases}$ کدام است؟

(1) $\mathbb{R}$ (2) $\{5\}$ (3) $\mathbb{R} - \{5\}$ (4) $\mathbb{N}$

پاسخ گزینه 2

تابع داده شده یک تابع ثابت است که فقط یک مقدار خروجی 5 را دارد لذا برد آن برابر $\{5\}$ است.

طول رأس سهمی $y = \frac{4}{9}x^2 + 2x + 3$ کدام است؟

(1) $\frac{3}{4}$ (2) $-\frac{7}{2}$ (3) $\frac{8}{5}$ (4) $-\frac{9}{4}$

پاسخ گزینه 4

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \times \frac{4}{9}} = -\frac{2}{\frac{8}{9}} = -\frac{9 \times 2}{8} = -\frac{9}{4}$$

در یک شرکت تولیدی تابع درآمد به صورت $y = \frac{-1}{2}x^2 + 3 \cdot x$ و تابع هزینه به صورت $y = 18x + 10$ می‌باشد بیشترین سود شرکت چقدر است؟

(1) 52 (2) 62 (3) 12 (4) 14

پاسخ گزینه 2

$$P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3 \cdot x - 18x - 10 = -\frac{1}{2}x^2 + 12x - 10$$

$$x_s = \frac{-12}{2 \times -\frac{1}{2}} = 12 \Rightarrow P(12) = -\frac{1}{2}(12)^2 + 12 \times 12 - 10 = 62$$

20begir.com

نوع متغیرهای « رشته‌های ورزشی المپیک » و « دمای هوا » کدام است؟

(1) کیفی ترتیبی - کمی نسبی (2) کیفی اسمی - کمی نسبی (3) کیفی ترتیبی - کمی فاصله‌ای (4) کیفی اسمی - کمی فاصله‌ای

پاسخ گزینه 4

رشته‌های ورزشی المپیک: با عدد سرکار نداریم لذا کیفی است و چون هیچ ترتیبی بین رشته‌های ورزشی وجود ندارد لذا اسمی می‌باشد دمای هوا: چون با عدد سر و کار داریم لذا کمی است و چون صفر قراردادی است لذا فاصله‌ای است

مرسوم ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم است.

(1) مشاهده (2) مصاحبه (3) پرسش نامه (4) دادگان

پاسخ گزینه 3

مرسوم‌ترین روش برای گسب اطلاعات از مردم پرسش‌نامه می‌باشد.

برای بررسی میزان ساعاتی که کارمندان یک اداره در طول هفته به ورزش اختصاص می‌دهند روش مناسب جمع آوری داده‌ها کدام است؟

(1) آزمایش (2) مشاهده (3) دادگان (4) پرسش‌نامه

پاسخ گزینه 4

مشاهده امکان پذیر نیست. داده‌های ثبت شده از قبل وجود ندارد و آزمایش در این مورد کاربرد ندارد

در داده‌های ۶, ۴, ۸, ۸, ۷, ۳, ۶, ۶, ۱, ۴, ۱, ۳, ۸, ۵, ۲ مجموع مقادیر مد، میانه و میانگین کدام است؟

(1) ۱۷/۵ (2) ۱۸ (3) ۱۸/۵ (4) ۱۹/۵

پاسخ گزینه 3

۱, ۱, ۲, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵, ۶, ۶, ۶, ۷, ۸, ۸, ۸, ۸

$$Q_2 = \frac{5+6}{2} = 5.5$$

$$\bar{X} = \frac{1+1+2+3+3+4+4+5+6+6+6+7+8+8+8+8}{16} = \frac{80}{16} = 5$$

$$MOD = 8$$

$$Q_2 + \bar{X} + MOD = 18.5$$

انحراف معیار داده‌های ۲, ۴, ۵, ۹ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{8}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{26}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{20}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{14}}{2} \quad (1)$$

پاسخ گزینه 3

$$2, 4, 5, 9 \rightarrow \bar{x} = \frac{2+4+5+9}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

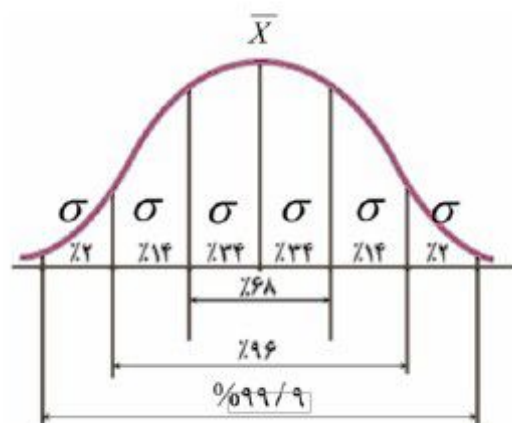
$$\delta^2 = \frac{(2-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (9-5)^2}{4} = \frac{9+1+0+16}{4} = \frac{26}{4}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{26}{4}} = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

تقریباً 99/9 درصد داده‌های آماری در فاصله‌ی انحراف معیار از قرار دارند.

- (1) دو برابر - میانه (2) دو برابر - میانگین (3) سه برابر - میانه (4) سه برابر - میانگین

پاسخ گزینه 4



20beginir.com

اگر همه‌ی داده‌ها را دو برابر کنیم میانگین چه تغییری می‌کند؟

- (1) دو برابر می‌شود (2) نصف می‌شود (3) چهار برابر می‌شود (4) تغییری نمی‌کند

پاسخ گزینه 1

اگر همه‌ی داده‌ها را در یک عدد ضرب کنیم میانگین هم در همان عدد ضرب می‌شود

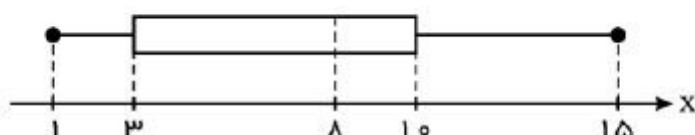
نمودار حبابی نوعی خاص از نمودار است که در آن مقدار متغیر سوم برابر یا است.

- (1) تگ متغیره - شعاع دایره‌ها (2) تگ متغیره - مساحت دایره‌ها (3) پراکنش نگاشت - مساحت دایره‌ها (4) پراکنش نگاشت - شعاع دایره‌ها

پاسخ گزینه 3

نمودار حبابی نوعی خاص از نمودار پراکنش نگاشت است که در آن مقدار متغیر سوم برابر یا مساحت دایره‌ها است.

با توجه به نمودار جعبه‌ای زیر کدام گزینه نادرست است؟



.....

(2) مجموع چارک‌های اول، دوم و سوم برابر 21 است.

(3) در داخل جعبه پراکندگی در سمت چپ میانه بیشتر از سمت راست است.

(4) به کمک نمودار جعبه‌ای مذکور می‌توانیم مد را به دست آوریم.

پاسخ گزینه 4

$$\min = ۱ \quad , \quad \max = ۱۵$$

$$Q_۱ = ۳ \quad , \quad Q_۲ = ۸ \quad , \quad Q_۳ = ۱۰$$

$$IQR = Q_۳ - Q_۱ = ۱۰ - ۳ = ۷$$

$$Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = ۳ + ۸ + ۱۰ = ۲۱$$

میانه به سمت چارک سوم نزدیک است لذا داده‌ها در سمت چپ پراکنده تر هستند (یک تعداد داده برابر یا سمت راست در جای بیشتری قرار گرفته اند)

در ضمن یا نمودار جعبه‌ای نمی‌توان مد را تشخیص داد.

در یک نمودار راداری می‌خواهیم 15 متغیر را نمایش دهیم زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار چند درجه خواهد بود؟

- (1) 18 (2) 24 (3) 23 (4) 20

پاسخ گزینه 2

$$\frac{۳۶۰^{\circ}}{۱۵} = ۲۴^{\circ}$$

احمد فهرستی از مقادیر سه متغیر مربوط به 3 کشور را تهیه کرده است و می‌خواهد این سه متغیر را با هم برای آن‌ها مقایسه کند. کدام نمودار برای این کار مناسب است؟

- (1) نمودار حبابی (2) نمودار راداری (3) نمودار دایره‌ای (4) گزینه 1 و 2

پاسخ گزینه 4

نمودار دایره‌ای برای مقایسه مقادیر چند متغیر مربوط به یک واحد آماری می‌باشد

نمودار حبابی می‌تواند مقادیر سه متغیر برای چند واحد آماری را مقایسه کند

نمودار راداری می‌تواند مقادیر بیش از دو متغیر برای چند واحد آماری را یا رسم همزمان روی یک نمودار مقایسه کند

معلم ریاضی (1) / کد کتاب: 110364 20begir.com

کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

- مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی
- مجموعه اعداد صحیح مثبت مضارب عدد ۵ و کمتر از ۱۰۰۰
- مجموعه اعداد گویا در بازه صفر و ۱
- مجموعه تمام اعداد اول زوج دو رقمی

پاسخ گزینه 3

گزینه (1) یک مجموعه متناهی است زیرا {10, 11, ..., 99}

گزینه (2) نیز یک مجموعه متناهی است زیرا {5, ..., 995}

گزینه (4) هم مجموعه تهی است زیرا تنها عدد اول زوج 2 است که دو رقمی نیست.

چند زیرمجموعه از زیر مجموعه‌ی $\{a, b, \{b, a\}, \{a, b\}\}$ عضو $\{a, b\}$ را ندارد؟

- ۸
- ۶
- ۴
- ۱۲

پاسخ گزینه 3

نکته: دو مجموعه‌ی $\{a, b\}$ و $\{b, a\}$ یکسانند. پس مجموعه‌ی مورد نظر سه عضو $\{a, b, \{a, b\}\}$ را داراست. پس تعداد زیر مجموعه‌های مورد نظر که فاقد عضو $\{a, b\}$ است، برابر است با:

$$۲^{۳-۱} = ۴$$

اگر $U = \{۱, ۲, ۳, ..., n\}$ و $A = \{n, n-۱, n-۲, ..., ۵\}$ آنگاه متمم مجموعه‌ی A چند عضو دارد؟

- n-5
- n-4
- ۵
- ۴

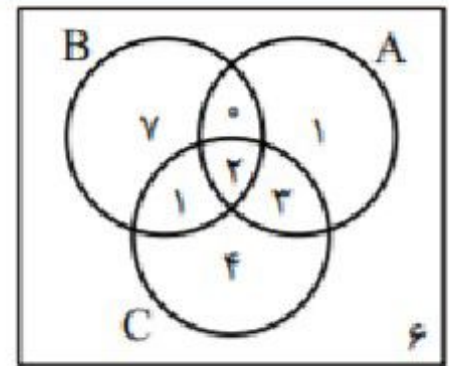
پاسخ گزینه 4

باتوجه به تعریف متمم مجموعه داریم:

$$U-A=\{1,2,3,...,n-1,n\}-\{5,6,7,...,n-1,n\}=\{1,2,3,4\}$$

پس مجموعه چهار عضوی خواهد بود

یک باشگاه ورزشی دارای سه وسیله A (دارت)، B (تنیس روی میز) و C (بیلیارد) است. نمودار زیر، تعداد اعضای این باشگاه را نمایش می‌دهد. چند نفر در این باشگاه از تنیس روی میز یا بیلیارد استفاده می‌کنند؟



- ۱۴
- ۱۷
- ۱۵
- ۱۲

پاسخ گزینه 2

10 نفر تنیس روی میز، 10 نفر بیلیارد و 3 نفر مشترک بین آن‌ها هستند. پس $10+10-3$ یعنی 17 نفر، روی میز یا بیلیارد بازی می‌کنند.

در یک دنباله هندسی جمله اول ۷ و قدر نسبت ۲ می‌باشد. جمله ی چندم این دنباله برابر ۲۲۴ است؟

- پنجم
- ششم
- چهارم
- هشتم

پاسخ گزینه 2

جمله اول دنباله هندسی ۷ و قدرنسبت آن ۲ است جمله n ام دنباله ۲۲۴ است با توجه به رابطه جمله عمومی داریم:

$$۲۲۴=۷(۲)^{(n-۱)}$$

طرفین را بر ۷ تقسیم می‌کنیم:

$$۳۲=(۲)^{(n-۱)}$$

عدد ۳۲ برابر ۲ به توان ۵ است با توجه به تساوی داریم:

$$n-1=۵$$

$$n=۶$$

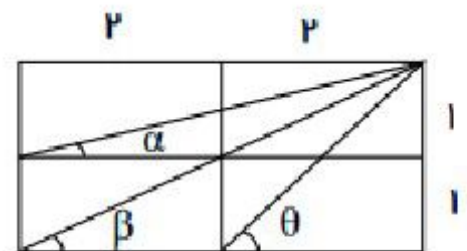
دو جمله اول یک دنباله هندسی $a_1 = \frac{1}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}$ و $a_۲ = \frac{1}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}$ می‌باشد. مجموع سه جمله اول این دنباله کدام است؟

$$\frac{۱۱}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}} \quad ۱۱(\sqrt{۳}+\sqrt{۲}) \quad \frac{۵+۲\sqrt{۶}}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}} \quad \frac{۵+۲\sqrt{۶}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}$$

پاسخ گزینه 3

$$\begin{aligned} q &= \frac{\frac{1}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}{\frac{1}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}} = \frac{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}} = \frac{(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})}{(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})} = ۵ + \sqrt{۶} \\ a_1 + a_۲ + a_۳ &= \sqrt{۳}-\sqrt{۲} + \sqrt{۳}+\sqrt{۲} + \frac{۵+\sqrt{۶}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}} = ۲\sqrt{۳} + \frac{۵+\sqrt{۶}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}} \\ &= \frac{۶-۲\sqrt{۶}+۵+۲\sqrt{۶}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}} = \frac{۱۱}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}} = ۱۱(\sqrt{۳}+\sqrt{۲}) \end{aligned}$$

در شکل زیر مقدار $\tan\alpha + \tan\beta + \tan\theta$ را بیابید



$$\frac{7}{8} (F)$$

$$\frac{4}{7} (۳)$$

$$\frac{7}{8} (۲)$$

$$\frac{۳}{7} (۱)$$

پاسخ گزینه 4

$$\tan \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\tan \beta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{2}{2} = 1$$

$$\tan \alpha + \tan \beta + \tan \theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{1+1+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\tan x = \frac{3}{5}$$

فرض کنید در اینصورت حاصل $\cos x$ کدام گزینه است؟

$$\frac{3}{5} (F)$$

$$\frac{5}{8} (۳)$$

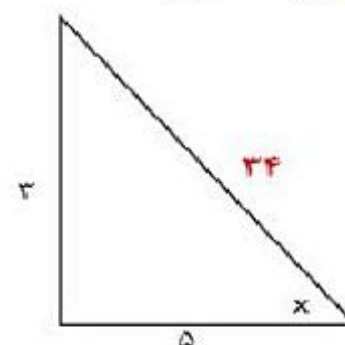
$$\frac{5\sqrt{34}}{34} (۲)$$

$$\frac{3\sqrt{34}}{34} (۱)$$

پاسخ گزینه 2

طبق تعریف تانژانت مثلث قائم الزاویه را همانند شکل داریم. پس

$$\cos x = \frac{5}{\sqrt{34}} = \frac{5}{\sqrt{34}} \cdot \frac{\sqrt{34}}{\sqrt{34}} = \frac{5\sqrt{34}}{34}$$



$$\frac{\sin \theta \cos \theta}{\frac{1}{\sin \theta} - 1} + \frac{\sin \theta \cos \theta}{\frac{1}{\sin \theta} + 1}$$

کدام است؟

حاصل عبارت

$$2 \tan \theta \cdot \cos \theta (F)$$

$$2 \cot \theta \cdot \cos \theta (۳)$$

$$2 \tan \theta \cdot \sin \theta (۲)$$

$$2 \cot \theta \cdot \sin \theta (۱)$$

پاسخ گزینه 2

$$\frac{\sin \theta \cos \theta}{\frac{1}{\sin \theta} - 1} + \frac{\sin \theta \cos \theta}{\frac{1}{\sin \theta} + 1} = \frac{\sin^2 \theta \cos \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{\sin^2 \theta \cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta \cos \theta (1 + \sin \theta) + \sin^2 \theta \cos \theta (1 - \sin \theta)}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta \cos \theta + \cancel{\sin^2 \theta \cos \theta} + \sin^2 \theta \cos \theta - \cancel{\sin^2 \theta \cos \theta}}{\cos^2 \theta} = \frac{2 \sin^2 \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{2 \sin^2 \theta}{\cos \theta} = 2 \tan \theta \cdot \sin \theta$$

طول پلکان و طول سرسره زیر به ترتیب 5 و 6 متر می باشد. اگر زاویه سرسره با سطح افق 30 درجه سانتی گراد باشد، فاصله پای پلکان تا انتهای سرسره چقدر است؟



$$3(1+2\sqrt{3}) (F)$$

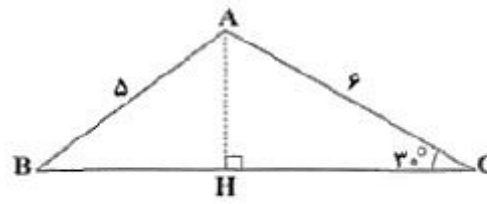
$$3(1+\sqrt{3}) (۳)$$

$$3\sqrt{3} (۲)$$

$$4+3\sqrt{3} (۱)$$

پاسخ گزینه 1

$$\begin{aligned} \Delta AHC : \begin{cases} \cos 30^\circ = \frac{CH}{AC} \Rightarrow CH = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \\ \sin 30^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \end{cases} \\ \Delta ABH : BH^2 = AB^2 - AH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow BH = 4 \\ \Rightarrow BC = BH + CH = 4 + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$



حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{b\sqrt{a}-a\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}=?$$

$$\sqrt{ab}(4)$$

$$-\sqrt{ab}(3)$$

$$-\sqrt{b}(2)$$

$$-\sqrt{a}(1)$$

پاسخ گزینه 4

$$\frac{\sqrt{a}\sqrt{b}(\sqrt{b}-\sqrt{a})}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}=\sqrt{ab}$$

اگر $x + \frac{1}{x} = 4$ باشد، حاصل $(x - \frac{1}{x})^2$ کدام است؟

- 16
- 14
- 12
- 10

پاسخ گزینه 3

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow (x + \frac{1}{x})^2 = 16 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x(\frac{1}{x}) = 16 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 14 \\ (x - \frac{1}{x})^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12 \end{aligned}$$

مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی ۳۱۳ است. حاصل جمع این دو عدد کدام است؟

- ± 21
- ± 23
- ± 25
- ± 27

پاسخ گزینه 3

دو عدد را k و $k+1$ در نظر می‌گیریم. مطابق فرض مسئله داریم:

$$k^2 + (k+1)^2 = 313 \Rightarrow k^2 + k^2 + 2k + 1 = 313 \Rightarrow 2k^2 + 2k - 312 = 0 \Rightarrow k^2 + k - 156 = 0$$

$$k = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \times 156}}{2} = \frac{-1 \pm 25}{2} \Rightarrow$$

$$k = 12 \Rightarrow k+1 = 13$$

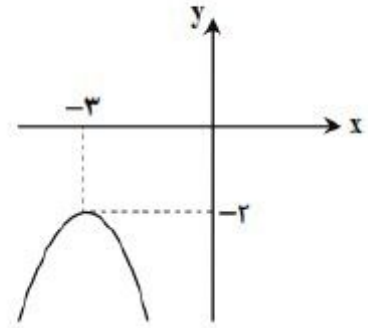
یا

$$k = -13 \Rightarrow k+1 = -12$$

بنابراین مجموع این دو عدد به ازای $k = 12$ برابر ۲۵ و به ازای $k = -13$ است.

20begir.com

نمودار مقابل، مربوط به کدام سهمی می‌تواند باشد؟



$$y = -(x + 3)^2 - 2 \quad (2)$$

$$y = (x - 3)^2 + 2 \quad (1)$$

$$y = (x + 3)^2 - 2 \quad (4)$$

$$y = -(x - 3)^2 - 2 \quad (3)$$

پاسخ گزینه 2

نکته: هر سهمی به صورت $y = a(x - h)^2 + k$ که $a \neq 0$ رأسی به مختصات (h, k) دارد. همچنین اگر $a > 0$ نمودار سهمی رو به بالا و اگر $a < 0$ نمودار سهمی رو به پایین خواهد بود. با توجه به نمودار داده شده، رأس سهمی نقطه‌ی $(-3, -2)$ و نمودار آن رو به پایین است. با توجه به نکته‌ی بالا، گزینه‌ی ۲ یعنی $y = -(x + 3)^2 - 2$ پاسخ درست است.

مجموع جواب‌های معادله‌ی $(x - 2)^2 = (2 - \sqrt{3})^2$ کدام است؟			
۴(۴)	$\sqrt{3} - ۴(۳)$	$-\sqrt{3}(۲)$	$۴ - ۲\sqrt{3}(۱)$

پاسخ گزینه 4

$$\begin{cases} x - 2 = 2 - \sqrt{3} \rightarrow x = 4 - \sqrt{3} \\ x - 2 = \sqrt{3} - 2 \rightarrow x = \sqrt{3} \end{cases} \rightarrow 4 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 4$$

حاصل ضرب یک عدد مثبت در خودش از سه برابر آن عدد، ۴۰ واحد بیشتر است. آن عدد کدام است؟	
۶	•
۷	•
۸	•
۹	•

پاسخ گزینه 3

$$x^2 - 3x = ۴۰ \rightarrow x^2 - 3x - ۴۰ = ۰$$

$$\Delta = b^2 - ۴ac = (-3)^2 - ۴(1)(-۴۰) = 9 + ۱۶۰ = ۱۶9 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm 13}{2}$$

$$x_1 = \frac{3+13}{2} = \frac{16}{2} = 8 \quad \text{عدد صحیح مثبت}$$

$$x_2 = \frac{3-13}{2} = \frac{10}{2} = -5$$

حاصل عبارت زیر کدام است؟	
$x > ۰$	
$\sqrt{16x^2} + \sqrt{25x^2} + \sqrt{36x^2} = ?$	
x۱۲	•
x۱۵	•
x۷۷	•
x۲۳	•

پاسخ گزینه 2

$$\sqrt{16x^2} + \sqrt{25x^2} + \sqrt{36x^2} = |4x| + |5x| + |6x| = 4x + 5x + 6x = 15x$$

مقدار $f(f(1))-f(f(2))$ کدام است؟	
$f(x) = \begin{cases} ۴ - x^2 & x \leq 2 \\ x^2 - 1 & x > 2 \end{cases}$	اگر

- 2
- 4
- 8
- 12

پاسخ گزینه 2

$$f(x)=\begin{cases} ۴-x^۲ & -۲\leq x\leq ۲ \\ x^۲-۱ & x<-۲, \; x>۲ \end{cases}$$

$$f(۱)=۴-(۱)^۲=۳\Rightarrow f(f(۱))=f(۳)=۳^۲-۱=۸$$

$$f(۲)=۴-۲^۲=۰\Rightarrow f(f(۲))=f(۰)=۴-۰=۴$$

$$۸-۴=۴$$

چند تابع از مجموعه $A=\{۳,۴,۵\}$ به مجموعه $B=\{۰,۱\}$ می توان نوشت؟

- ۹
- ۶
- ۸
- ۴

پاسخ گزینه 3

طبق اصل ضرب تعداد $2*2*2=8$ تابع وجود دارد.

۳ نفر معلم فیزیک و ۳ نفر معلم زیست در یک میز گرد کنار هم نشست‌هاند. اگر این افراد یک در میان کنار هم باشند، به چند حالت امکان پذیر است؟

- ۲۴
- ۳۶
- ۱۲
- ۶

پاسخ گزینه 3

در یک میز گرد حالت‌های سه نفر به شکل abc, bca, cab مثل هم هستند. در نتیجه $(3-1)!3!=2!3!=12$

مجموع تمام مقادیری که در رابطه زیر صدق می کنند کدام است؟

$$\binom{۱۰}{x}=\binom{۱۰}{۲}$$

- 2
- 10
- 8
- 12

پاسخ گزینه 2

$$\binom{۱۰}{x}=\binom{۱۰}{۲}\Rightarrow \frac{۱۰!}{(۱۰-x)!x!}=\frac{۱۰!}{۸!۲!}\Rightarrow (۱۰-x=۸)\vee (۱۰-x=۲)\Rightarrow (x=۸)\vee (x=۲)\Rightarrow \sum x=۸+۲=۱۰$$

۹ کارت داریم که ارقام ۱ تا ۹ روی آنها نوشته شده‌اند. به تصادف دو کارت از بین آنها برمی داریم و کنار هم قرار می دهیم. احتمال اینکه مجموع ارقام این دو کارت عددی زوج باشد، کدام است؟

$$\frac{۷}{۱۸} \text{ (۴)}$$

$$\frac{۵}{۱۲} \text{ (۳)}$$

$$\frac{۴}{۹} \text{ (۲)}$$

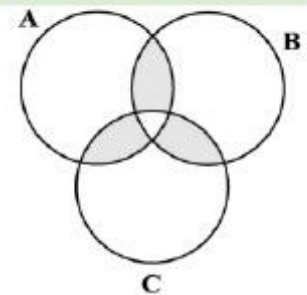
$$\frac{۱}{۲} \text{ (۱)}$$

پاسخ گزینه 2

مجموع دو عدد وقتی زوج است که یا هر دو زوج باشند یا هر دو فرد. پس باید هر دو عدد از مجموعه چهار عضوی $A = \{۲, ۴, ۶, ۸\}$ یا مجموعه پنج عضوی $B = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$ انتخاب شوند. انتخاب دو عدد از مجموعه A به $\binom{۴}{۲}$ حالت و انتخاب دو عدد از مجموعه B به $\binom{۵}{۲}$ حالت امکان پذیر است. بنابراین:

$$P = \frac{\binom{۴}{۲} + \binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۲}} = \frac{۶+۱۰}{۳۶} = \frac{۱۶}{۳۶} = \frac{۴}{۹}$$

اگر A، B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، ناحیه سایه خورده شکل زیر به کمک عبارت‌های توصیفی چگونه بیان می‌شود؟



- سه پیشامد پاهم رخ ندهند.
- فقط دو تا از سه پیشامد رخ دهد.
- حداقل دو تا از سه پیشامد رخ دهد.
- حداکثر دو تا از سه پیشامد رخ دهد.

پاسخ گزینه 2

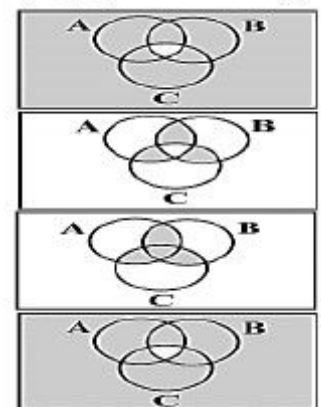
گزینه‌ها را به ترتیب یا نمودار ون توصیف می‌کنیم:

گزینه «1 A»: «B و C پاهم رخ ندهند»:

گزینه «2»: «فقط دو تا از سه پیشامد رخ دهد»:

گزینه «3»: «حداقل دو تا از سه پیشامد رخ دهد»:

گزینه «4»: «حداکثر دو تا از سه پیشامد رخ دهد»:



سکه‌ای را به هوا می‌اندازیم. اگر پشت بیاید، یک تاس و اگر رو بیاید، یک تاس و یک سکه می‌اندازیم. فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟

- ۱۲
- ۱۸
- ۳۶
- ۴۲

پاسخ گزینه 2

راه حل اول:

به کمک نمودار درختی، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را به دست می‌آوریم که مطابق نمودار فوق، فضای نمونه‌ای دارای ۱۸ عضو است.

راه حل دوم:

اعضای فضای نمونه‌ای را می‌نویسیم:

$$S = \{(۱, پ), (۲, پ), (۳, پ), (۴, پ), (۵, پ), (۶, پ), (۱, ر), (۲, ر), (۳, ر), (۴, ر), (۵, ر), (۶, ر)\}$$

بنابراین:

$$n(S) = 18$$

متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری اند، گویند و متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری نیستند، گویند.

- کیفی کمی
- کمی گسسته
- کیفی پیوسته

- کمی - کیفی

پاسخ گزینه 4

متغیرهایی را که قابل اندازه گیری اند، کمی گویند و متغیرهایی را که قابل اندازه گیری نیستند، کیفی گویند .

20begir.com

مزیت اصلی نمونه‌گیری نسبت به سرشماری چیست؟

- سرعت بیشتر و هزینه بالاتر
- سرعت بیشتر و هزینه کمتر
- دقت بیشتر و هزینه کمتر
- قابلیت اطمینان بالاتر و آسان‌تر

پاسخ گزینه 2

چه تعداد از جملات بیان شده، صحیح است؟

- متمم مجموعه تهی، مجموعه مرجع می‌شود.
- اشتراک یک مجموعه با متمم‌اش، ناتهی است.
- اعداد صحیح کم‌تر از ۶ یک مجموعه اعداد متناهی تشکیل می‌دهد.
- اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۲ یک مجموعه نامتناهی را تشکیل می‌دهند.

- ۱
- ۲
- ۳
- ۴

پاسخ گزینه 2

- متمم مجموعه تهی، مجموعه مرجع می‌شود. درست
 - اشتراک یک مجموعه با متمم‌اش، ناتهی است. غلط
 - اعداد صحیح کم‌تر از 6 یک مجموعه اعداد متناهی تشکیل می‌دهد. غلط
 - اعداد طبیعی بزرگ‌تر از 2 یک مجموعه نامتناهی را تشکیل می‌دهند. درست
- در این جا دو عبارت درست نوشته شده است.

متمم مجموعه $(A \cap B \cap C) \cup (B - A) \cup (B - C)$ کدام است؟ (M مجموعه مرجع)

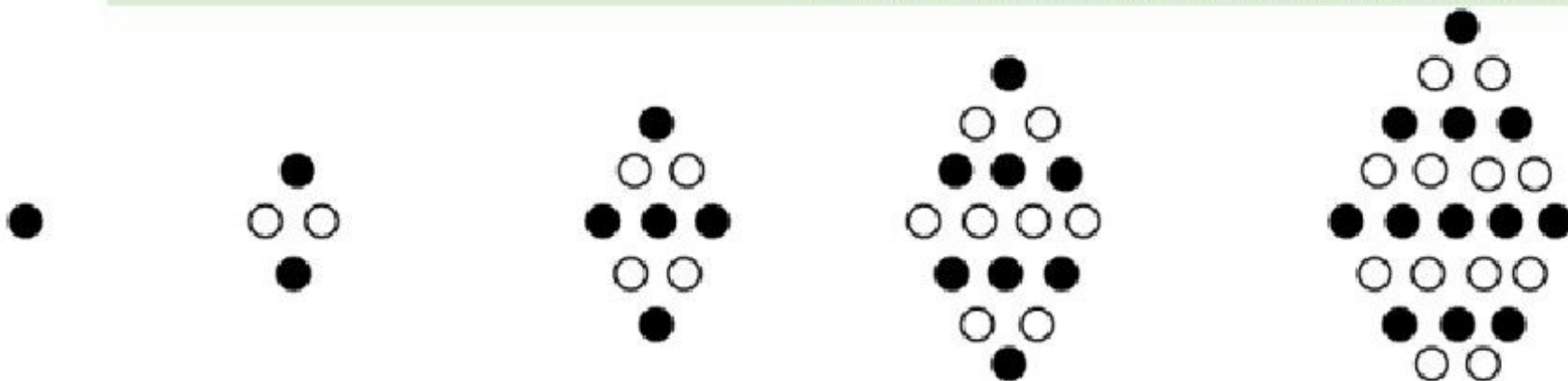
- B'
- تهی
- M
- B

پاسخ گزینه 1

$$(A \cap B \cap C) \cup (B \cap A') \cup (B \cap C') = B \cap ((A \cap C) \cup A' \cup C')$$

$$= B \cap \underbrace{((A \cap C) \cup (A \cap C)')}_{M} = B \xrightarrow{\text{motammm}} B'$$

در آرایه‌ی لوزی مقابل، تعداد دایره‌های توپر در جمله‌ی یازدهم کدام است؟



- ۶۱
- ۶۲
- ۶۳

پاسخ گزینه 1

در شکل‌هایی که شماره‌ی آنها فرد است تعداد دایره‌های توپر یکی بیشتر از تعداد دایره‌های توخالی است پس:

$$\text{تعداد دایره‌های توپر: } \frac{n^2+1}{2}$$

$$\text{تعداد دایره‌های توخالی: } \frac{n^2-1}{2}$$

در شکل‌هایی که شماره‌ی آنها زوج است تعداد توپر و تو خالی مساوی است: $\frac{n^2}{2}$

$$\text{بنابراین در شکل یازدهم تعداد دایره‌های توپر برابر است با: } \frac{11^2+1}{2} = \frac{122}{2} = 61$$

در یک دنباله حسابی، جملات سوم و هفتم به ترتیب ۲۰ و ۵۶ است. حاصل جمع سه جمله‌ی نخست آن کدام است؟

- ۳۱
- ۳۳
- ۳۵
- ۳۷

پاسخ گزینه 2

$$\begin{cases} a+2d=20 \\ a+6d=56 \end{cases} \Rightarrow d=9 \wedge a=2$$

بنابراین مجموع سه جمله نخست برابر ۳۳ است.

در یک کلاس ۳۲ نفری ۱۸ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۶ نفر عضو تیم بسکتبال هستند. اگر ۵ نفر عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، چند نفر فقط عضو تیم فوتبال هستند؟

- ۷
- ۹
- ۱۱
- ۱۳

پاسخ گزینه 3

A:فوتبال و B: بسکتبال

$$n(A \cup B) = 32 - 5 = 27$$

$$n(A) = 18, n(B) = 16$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 27 = 18 + 16 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 7$$

$$\text{فقط فوتبال} = n(A) - n(A \cap B) = 18 - 7 = 11$$

مقدار ماکزیمم عبارت $A = 3\sin x - 4\cos y$ چقدر است؟

- ۴
- ۵
- ۶
- ۷

پاسخ گزینه 4

$$-3 \leq 3\sin x \leq 3$$

$$-4 \leq -4\cos y \leq 4$$

$$-7 \leq A \leq 7$$

ساده شده عبارت $\frac{\sin \alpha \tan \alpha}{\sin \alpha \tan \alpha + \cos \alpha}$ کدام است؟

$$1 + \cos^2 \alpha (4)$$

$$1 + \sin^2 \alpha (3)$$

$$\cos^2 \alpha (2)$$

$$\sin^2 \alpha (1)$$

پاسخ گزینه 1

$$\frac{\sin \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\sin \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \cos \alpha} = \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos \alpha}} = \sin^2 \alpha$$

نقطه $P(-\frac{1}{3}, y)$ روی ربع سوم دایره مثلثاتی قرار دارد. اگر θ زاویه بین OP و جهت مثبت محور x ها باشد. $\tan \theta$ کدام است؟

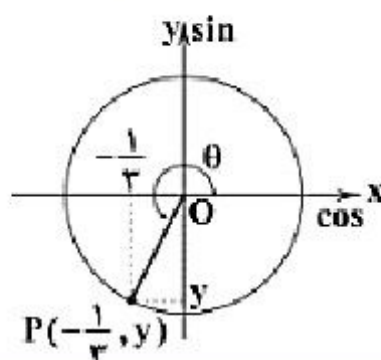
- ☐ 1) $\frac{1}{3}$
☐ 2) $2\sqrt{2}$
☐ 3) $2\sqrt{3}$
☐ 4) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

پاسخ گزینه 3

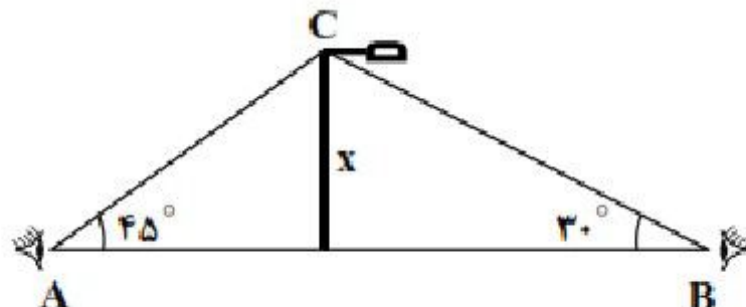
$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\xrightarrow{y > 0} y = -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \theta = x = -\frac{1}{3} \\ \sin \theta = y = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 2\sqrt{2}$$



دو نفر مطابق شکل با قد یکسان، یک تیر چراغ برق را از نقاط A و B به ترتیب با زوایای 30° و 45° می بینند. اگر فاصله A تا B برابر 18 متر باشد، ارتفاع تیر چراغ برق (x) کدام است؟



- ☐ 1) $18(\sqrt{3} - \sqrt{2})$
☐ 2) $9(\sqrt{3} + 1)$
☐ 3) $18(\sqrt{3} + \sqrt{2})$
☐ 4) $9(\sqrt{3} - 1)$

پاسخ گزینه 4

طول تیر چراغ برق را به کمک نسبت های مثلثاتی 30° و 45° و طول AB محاسبه می کنیم:

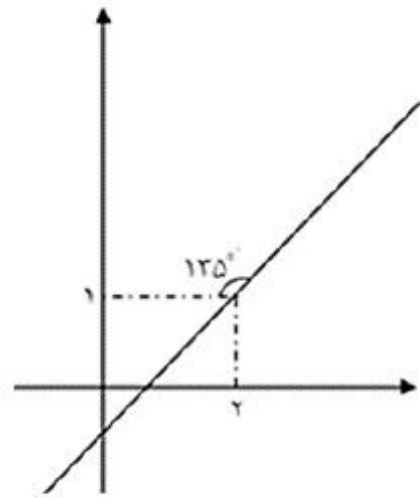
$$\triangle BCH : \tan 30^\circ = \frac{x}{BH} \Rightarrow BH = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \frac{x}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$\triangle ACH : \tan 45^\circ = \frac{x}{AH} \Rightarrow AH = \frac{x}{\tan 45^\circ} = \frac{x}{1}$$

از طرفی مجموع AH و BH برابر AB می شود که طول آن برابر 18 است. پس داریم:

$$AB = AH + BH \Rightarrow \frac{x}{\frac{1}{\sqrt{3}}} + x = 18 \Rightarrow x\sqrt{3} + x = 18 \Rightarrow x(\sqrt{3} + 1) = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = 9(\sqrt{3} - 1)$$

در شکل زیر معادله خط مذکور به صورت است .



$$y - x = -2(4)$$

$$y - x = 2(2)$$

$$y - x = 1(2)$$

$$y - x = -1(1)$$

پاسخ گزینه 1

$$m = \tan 45^\circ = 1$$

$$y - 1 = (1)(x - 2) \Rightarrow y - x = -1$$

		کدام است؟	حاصل عبارت
$\frac{1}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}}$	$\times \sqrt{3+2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{17-12\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}(1)$
$A(4)$	$F(3)$	$\sqrt{2}(2)$	

پاسخ گزینه 3

$$\frac{1}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}} \times \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{17-12\sqrt{2}}} \times \sqrt{3+2\sqrt{2}}$$

$$= 2^{-\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}} \times \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = 2^{-(\sqrt{2}-1)} \times 2^{(\sqrt{2}+1)} = 2^{-\sqrt{2}+1+\sqrt{2}+1} = 2^2 = 4$$

اگر	$A = \sqrt[5]{4\sqrt{16}\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ کدام است؟	0.25 0.5 0.75 1
-----	--	--

پاسخ گزینه 2

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \sqrt[5]{2^2 \sqrt[3]{2^4} \cdot 2^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[5]{2^2 \times 2^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[5]{2^{\frac{10}{3}}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} \Rightarrow A = \left(2^{\frac{10}{3}}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}$$

$$= 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} = 2^2 \Rightarrow (2A)^{-\frac{1}{3}} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-1} = 0.5$$

همواره کدام یک از عامل‌های زیر وجود دارد؟		در تجزیه‌ی عبارت $25x^2 - 25x - 14$	
$5x+14(2)$	$5x+2(3)$	$5x+1(1)$	

پاسخ گزینه 4

$$2\Delta x^2 - 2\Delta x - 14 = (\Delta x + 2)(\Delta x - 7)$$

$$\Delta = (-2\Delta)^2 - 4(2\Delta)(14) = 2 \cdot 2\Delta \rightarrow \sqrt{\Delta} = \pm 4\Delta$$

$$x_{1,2} = \frac{2\Delta \pm 4\Delta}{2 \cdot 2} \rightarrow x_1 = \frac{-2}{2}, x_2 = \frac{7}{2}$$

مجموع پول علی و حسن ۱۰۰ تومان است. اگر علی ۱۰ تومان از پولش را به حسن بدهد آنگاه حاصل ضرب پولهای باقیمانده آن ها ۴۷۵ تومان خواهد شد. پول اولیه حسن کدام است؟

- ۹
- ۱۵
- ۸۵
- ۹۱

پاسخ گزینه 3

$$x + y = 100 \rightarrow (x - 10)(y + 10) = 475 \xrightarrow{x=100-y} (90 - y)(y + 10) = 475$$

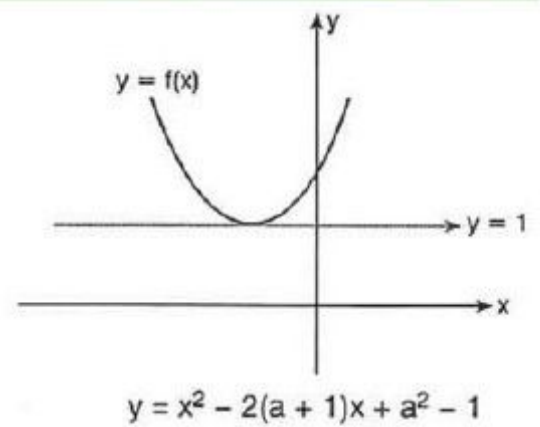
$$-y^2 + 100y + 900 = 475 \rightarrow y^2 - 100y - 425 = 0 \rightarrow y = 85$$

به ازای کدام مقادیر a ، معادله درجه دوم	$2x^2 + ax + a - \frac{3}{2} = 0$	دارای جواب نیست؟
$0 < a < 2$ (۱)	$a > 6$ (۲)	$a < -2$ (۳)
		$2 < a < 6$ (۴)

پاسخ گزینه 4

$$\Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4(a - \frac{3}{2}) < 0 \Rightarrow a^2 - 4a + 12 < 0 \Rightarrow 2 < a < 6$$

در شکل مقابل مقدار a^2 چقدر است؟



- (۱) -۳
- (۲) $-\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) ۴

پاسخ گزینه 1

طبق شکل مقدار مینیمم سهمی برابر با 1 است. در نتیجه

$$x = \frac{-b}{2a} = a + 1 \Rightarrow (a + 1)^2 - 2(a + 1) + a^2 - 1 = 1 \Rightarrow 2a = -3$$

مجموعه جواب نامعادله زیر کدام است؟

$$\frac{|x-1| - 2}{|x-3|} \leq 0$$

- (۱) $(-1, 3]$
- (۲) $[-1, 3]$
- (۳) $[-1, 3)$
- (۴) $(-3, 1)$

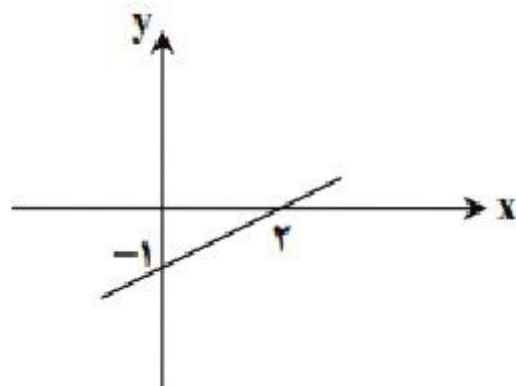
پاسخ گزینه 3

چون مخرج عبارت همواره نامنفی است نیازی به تعیین علامت آن نیست و فقط ریشه آن را از جواب نهایی کم خواهیم کرد. داریم

$$|x - 1| - 2 \leq 0 \Rightarrow |x - 1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x - 1 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$$

با کم کردن عدد 3 از بازه بالا گزینه (3) نتیجه می شود.

نمودار خط $y = ax + b$ به صورت مقابل است. جدول تعیین علامت آن کدام است؟



x		-1	
y	-	0	+
x		2	
y	+	0	-
x		-1	
y	+	0	-
x		2	
y	-	0	+

پاسخ گزینه 4

راه حل اول:

نکته: علامت عبارت $y = ax + b$ برای x های مختلف از جدول زیر تعیین می‌شود.

که در آن $-\frac{b}{a}$ ریشه‌ی معادله‌ی $y = 0$ و a شیب خط است.

در نمودار داده شده خط محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کرده است، پس $x = 2$ ریشه‌ی معادله‌ی $y = 0$ است. از طرفی چون خط با قسمت مثبت محور x ها زاویه‌ای کوچک‌تر از 90° می‌سازد، پس شیب خط یعنی علامت a مثبت است.

پس پاسخ گزینه‌ی ۴ است.

راه حل دوم:

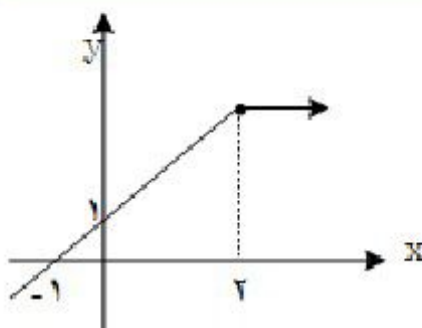
همانطور که از نمودار مشخص است، مقادیر خط به ازای $x > 2$ مثبت، به ازای $x < 2$ منفی و به ازای $x = 2$ صفر است. بنابراین گزینه‌ی ۴ درست است.

نکته: به محل تقاطع هر خط با محور y ها عرض از مبدأ خط می‌گویند.

نکته: معادله‌ی خطی با شیب a و عرض از مبدأ b برابر است با: $y = ax + b$

با توجه به نمودار، خط از دو نقطه‌ی $(2, 0)$ و $(0, -1)$ می‌گذرد پس شیب آن برابر $\frac{0 - (-1)}{2 - 0} = \frac{1}{2}$ می‌باشد. از طرفی عرض از مبدأ خط برابر -1 است، پس مطابق نکته‌ی معادله‌ی آن به صورت $y = \frac{1}{2}x - 1$ می‌باشد. حال با توجه به نکته‌ی راه حل اول، خط را تعیین علامت می‌کنیم.

اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، حاصل $f(3) + f(-3)$ کدام است؟



- ۳
- ۲
- ۱
- ۴

پاسخ گزینه 3

ابتدا معادله خط گذرا از نقاط $(0, 1)$ و $(-1, 0)$ را می‌نویسیم:

$$m = \frac{1-0}{0-(-1)} = 1 \Rightarrow y - 0 = 1(x - (-1)) \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow f(2) = 2 + 1 = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 2 \\ 3 & x > 2 \end{cases} \Rightarrow f(3) + f(-3) = 3 + (-3 + 1) = 1$$

فرض کنید تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع ثابت باشد بطوریکه $f(x) = \frac{ax+2}{4x+6}$ در اینصورت مقدار f در نقطه a چقدر است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$
- ۲) $\frac{5}{3}$
- ۳) $\frac{2}{3}$
- ۴) $\frac{3}{2}$

پاسخ گزینه 1

برای اینکه تابع هموگرافیک ثابت باشد باید نسبت زیر برقرار باشد

$$\frac{a}{4} = \frac{2}{6} \Rightarrow a = \frac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{\frac{1}{3}(4x+6)}{4x+6} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3} \Rightarrow f(a) = \frac{1}{3}$$

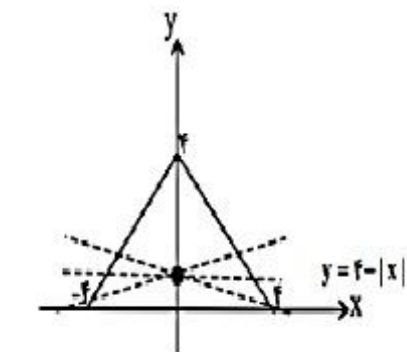
نمودار تابع $y=4-|x|$ خط $ax+2y=2$ را در 2 نقطه قطع می کند. حدود مقادیر a کدام است؟

- ۱) $|a| < 3$
- ۲) $|a| < 2$
- ۳) $|a| > 2$
- ۴) $|a| > 1$

پاسخ گزینه 2

ابتدا نمودار $y = 4 - |x|$ را رسم می کنیم. همان طور که می بینید این تابع از دو خط با شیب های ۱ و ۱- تشکیل شده است از طرفی خط $ax + 2y = 2$ با همان $y = 1 - \frac{a}{2}x$ خطی است با عرض از مبدأ یک و در نتیجه برای آن که بخواهد این خط هر دو شاخه نمودار تابع $y = 4 - |x|$ را قطع کند باید شیب این خط بین ۱ و ۱- باشد:

$$\begin{aligned} -1 < m < 1 &\Rightarrow -1 < -\frac{a}{2} < 1 \\ \Rightarrow \left| -\frac{a}{2} \right| < 1 &\Rightarrow |a| < 2 \end{aligned}$$



کدام یک از تابع های زیر تابع همانی نیست؟

- ۱) $f(x) = \frac{x^2}{x}$
- ۲) $y = |x|$
- ۳) $f = \{(1, 1), (0, 0)\}$
- ۴) $\begin{matrix} x = 0, 1, m \\ f(x) = y = 0, 1, m \end{matrix}$

پاسخ گزینه 2

- گزینه «۱»: $f(x) = \frac{x^2}{x} \xrightarrow{x \neq 0} f(x) = x$ (همانی است)
- گزینه «۲»: $f(x) = |x| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ (همانی نیست)
- گزینه «۳»: $f = \{(1, 1), (0, 0)\} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 1 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ (همانی است)

$$\text{گزینه «۴» : } \begin{matrix} x & | & 0 & 1 & m \\ y & | & 0 & 1 & m \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 0 \\ f(1) = 1 \\ f(m) = m \end{cases} \text{ (همانی است)}$$

با حروف (فرگل) بدون تکرار حروف چند کلمه ی ۴ حرفی می توان نوشت؟

- ۴
- ۴!
- ۱
- بی شمار

پاسخ گزینه 2

$$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4$$

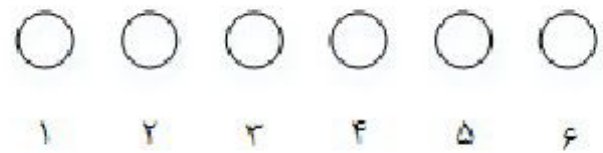
۶ نفر به چند طریق می‌توانند در یک صف کنار هم قرار گیرند به طوری که بین ۲ نفر a و b، همواره ۲ نفر قرار گیرد؟

- ۱۲۰
- ۱۴۴
- ۱۸۰
- ۲۱۶

پاسخ گزینه 2

اگر جایگاه‌ها را از چپ به راست، شماره‌گذاری کنیم، a و b می‌توانند در جایگاه‌های 1 و 4 یا 2 و 5 یا 3 و 6 قرار گیرند. از طرفی 4 نفر دیگر می‌توانند به تعداد $4!$ ، جایگشت داشته باشند و هم‌چنین جای a و b می‌تواند با هم عوض شود. پس کل راه‌های ممکن برابر است با:

$$4! \times 3 \times 2 = 144$$



از بین ۵ زوج، ۳ نفر را طوری انتخاب می‌کنیم که هیچ زن و شوهری با هم انتخاب نشوند. تعداد حالت‌های ممکن چقدر است؟

- ۴۰
- ۸۰
- ۱۰
- ۱۲۰

پاسخ گزینه 2

ابتدا از ۵ زوج، ۳ زوج را انتخاب می‌کنیم. سپس بین هر زن و شوهر یکی را انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{5}{3} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 10 \times 2 \times 2 \times 2 = 80$$

دو تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. احتمال این که مجموع دو تاس عددی زوج شود و حداقل یکی از تاس‌ها عدد ۴ آمده باشد، کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{12}$
- ۲) $\frac{1}{6}$
- ۳) $\frac{5}{36}$
- ۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ گزینه 3

در صورتی که مجموع دو تاس زوج می‌شوند که یا هردو زوج شوند و یا هردو فرد. چون یکی از تاس‌ها حتماً 4 است، پس حالت هردو فرد از بین می‌رود.

حالت‌های باقی‌مانده را می‌نویسیم:

$$A = \{(4, 2), (2, 4), (4, 4), (4, 6), (6, 4)\} \Rightarrow n(A) = 5$$

چون در پرتاب دو تاس $n(S) = 36$ است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

از مجموعه $S = \{10, 11, 12, \dots, 100\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد بر ۲ یا بر ۳ بخش‌پذیر است. ولی مضرب ۶ نیست؟

- ۱) $\frac{1}{7}$
- ۲) $\frac{44}{91}$
- ۳) $\frac{46}{91}$
- ۴) $\frac{23}{45}$

پاسخ گزینه 3

A: پیشامد آن که عدد انتخاب شده مضرب ۲ باشد.

$$A = \{10, 12, 14, \dots, 100\} \rightarrow n(A) = 46$$

B: پیشامد آن که عدد انتخاب شده مضرب ۳ باشد.

$$B = \{12, 15, 18, \dots, 99\} \rightarrow n(B) = 30$$

$A \cap B$: پیشامد آن که عدد انتخاب شده مضرب ۶ باشد.

$$A \cap B = \{12, 18, 24, \dots, 96\} \rightarrow n(A \cap B) = 15$$

بنابراین احتمال خواسته شده برابر است با:

$$\frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{46 + 30 - 15}{100} = \frac{61}{100}$$

در ظرفی دو مهره آبی و سه مهره سفید وجود دارد؛ دو مهره به تصادف از ظرف خارج می‌کنیم. یا چه احتمالی رنگ دو مهره یکسان است؟

- 0.5
- 0.6
- 0.2
- 0.4

پاسخ گزینه 4

$$n(S) = \binom{5}{2} = 10$$

$$n(A) = \binom{3}{2} + \binom{2}{2} = 3 + 1 = 4$$

$$P(A) = \frac{4}{10} = 0.4$$

چه تعداد از متغیرهای «مدت زمان تأثیر دارو» شدت جریان عبوری از یک سیم تعداد کلاس‌های مدرسه تعداد فرزندان یک خانواده» گسسته هستند؟

- 1
- 2
- 3
- 4

پاسخ گزینه 2

نکته: متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری‌اند، متغیرهای کمی گوئیم که بر دو نوع‌اند:

(1)متغیر کمی پیوسته که اگر دو مقدار a و b را بتواند اختیار کند، هر مقدار بین آن‌ها را نیز می‌تواند اختیار کند.

(2)متغیر کمی گسسته که پیوسته نیستند و عمدتاً تعداد را نشان می‌دهند.

با توجه به نکته‌ی بالا، مدت‌زمان و شدت جریان کمی پیوسته هستند؛ اما تعداد کلاس‌های مدرسه و تعداد فرزندان یک خانواده، گسسته هستند.

در یک الگوی خطی جمله چهارم ۱۱ و جمله دهم ۷ است. چندمین جمله از این الگو برابر با ۱۹ است؟

- (۱) دوازدهم (۲) سیزدهم (۳) چهاردهم (۴) پانزدهم

پاسخ گزینه 3

$$\begin{cases} -11 = a_1 + 3d \\ 7 = a_1 + 9d \end{cases} \Rightarrow 7 + 11 = 9d - 3d \Rightarrow d = 3$$

$$7 = a_1 + 9 \times 3 \Rightarrow a_1 = 7 - 27 = -20$$

$$19 = -20 + (n - 1) \times 3 \Rightarrow n - 1 = \frac{19 + 20}{3} = 13 \Rightarrow n = 14$$

اگر $\tan \alpha = 3$ در این صورت حاصل $\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + 1$ را بیابید.

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۰

پاسخ گزینه 4

$$\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + 1 = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 1 = \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}\right)^2 + 1 = \tan^2 \alpha + 1 = 3^2 + 1 = 10$$

اگر مساحت مثلث زیر ۱۸ واحد باشد مجموع دو ضلع AB و AC چقدر است؟

